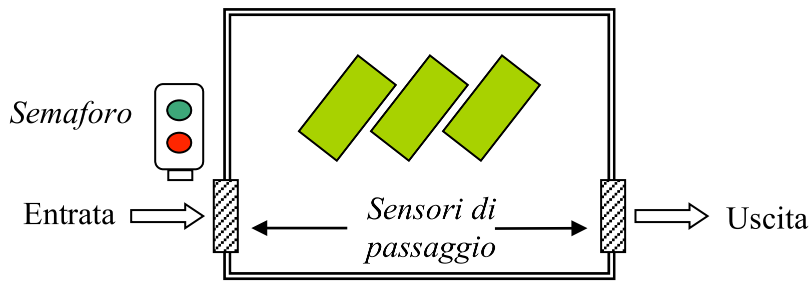
Esercizio sugli automi di Moore

1. Sintesi di un automa di Moore: Gestione di Parcheggio.

Si vuole costruire una rete sequenziale che controlli un parcheggio dotato di tre posti auto:



Il sistema è dotato di un semaforo, abbinato ad una sbarra, che deve controllare il flusso in entrata al parcheggio: se ci sono posti ancora liberi deve autorizzare l'accesso tramite una luce verde, se il parcheggio è tutto occupato deve bloccare l'accesso tramite una luce rossa. All'entrata e all'uscita ci sono sensori di passaggio che indicano se ci sono auto in ingresso o in uscita.

Il sistema quindi ha le seguenti possibili uscite:

Uscite	Descrizione
Verde	Ci sono ancora posti liberi
Rosso	Parcheggio totalmente occupato

I sensori di transito costituiscono gli ingressi dell'automa e possono assumere le seguenti configurazioni:

Ingressi	Descrizione
NN	Nessun auto in ingresso o uscita
IN	Un auto in ingresso, nessuna in uscita
NO	Nessun auto in ingresso, un auto in uscita
IO	Un auto in ingresso, un auto in uscita

Massimo Marchi – marchi@dsi.unimi.it

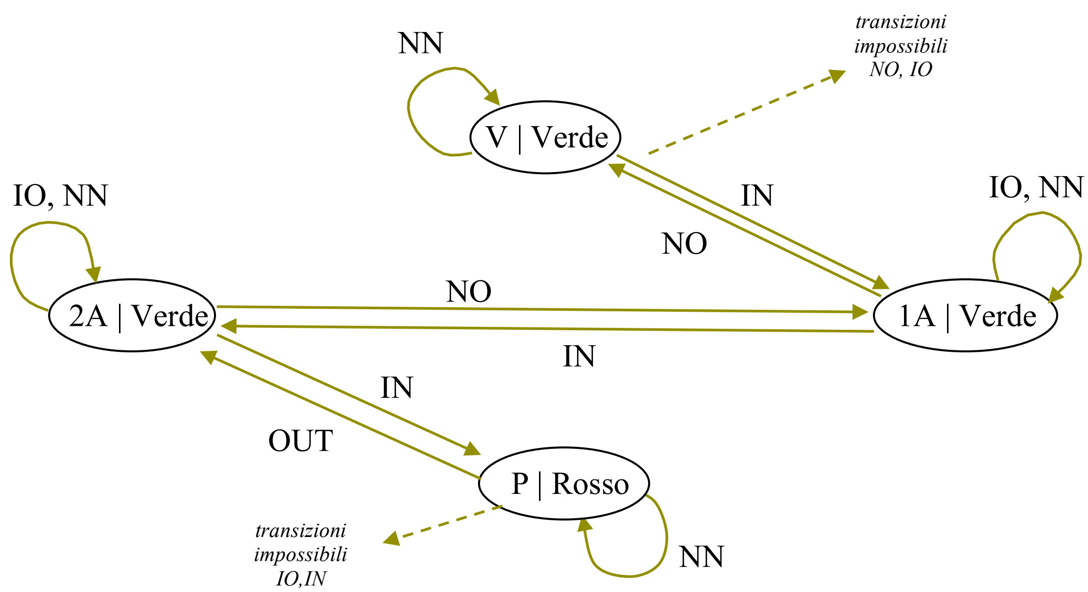
Gli stati possibili del sistema dipendono dal numero di auto presenti nel parcheggio. Questa definizione è compatibile con gli automi di Moore poiché le uscite sono funzione dello stato dell'automa (parcheggio non pieno → verde, parcheggio pieno → rosso).

Gli stati possibili del sistema sono:

Stato	Descrizione
V	Parcheggio vuoto
1A	Un auto presente, posti ancora liberi
2A	Due auto presenti, posti ancora liberi
P	Parcheggio pieno

Al transito in ingresso di un auto il sistema memorizza che c'è un posto in meno al contrario quando c'è un auto in uscita il sistema memorizza che c'è un posto in più. Se ci sono sia auto in ingresso che in uscita il sistema non cambia stato. Da notare che alcune transazioni non saranno possibili. Se il parcheggio è vuoto non saranno possibili le transizioni con auto in uscita. Analogamente, se il parcheggio è pieno non saranno possibili configurazioni con auto in entrata. Per queste transizioni la funzione stato prossimo risulta indeterminata ed configurabile a piacere.

L' STG del sistema è il seguente:

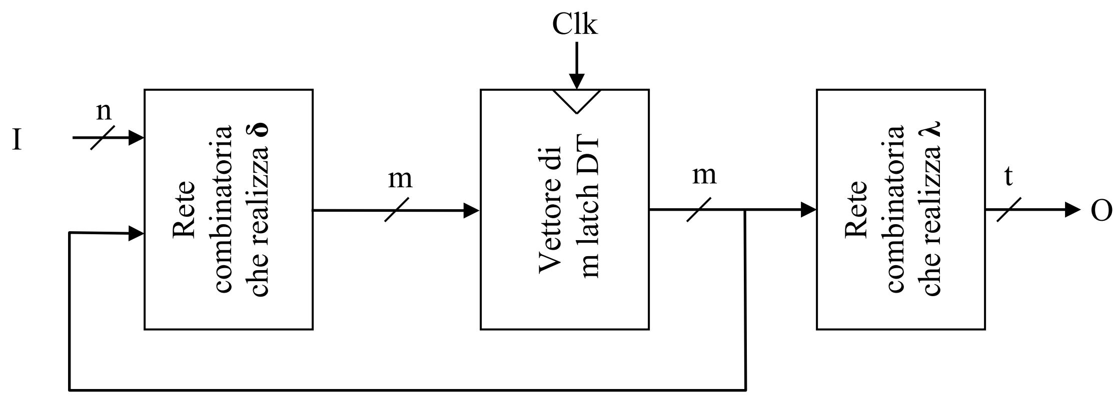


La STT è la seguente:

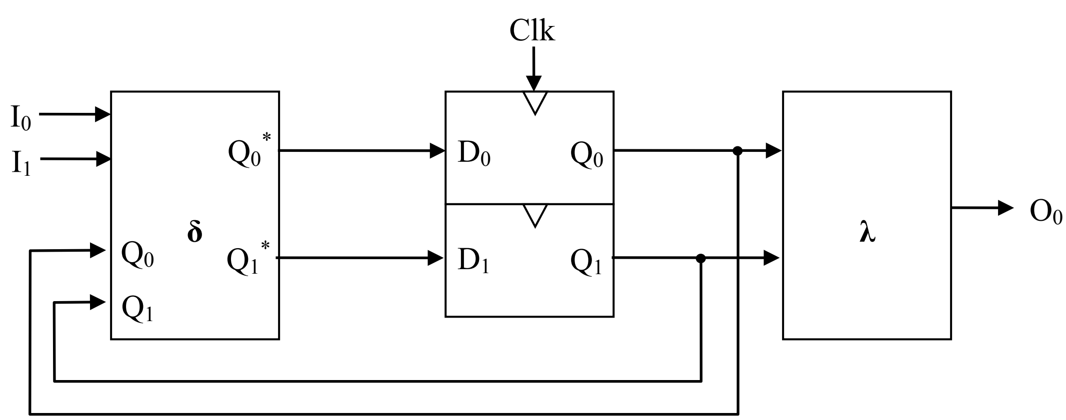
	δ				λ
Stato	NN	IN	NO	IO	**O**
V	V	1A	*X*	*X*	Verde
1A	1A	2A	V	1A	Verde
2A	2A	P	1A	2A	Verde
P	P	*X*	2A	*X*	Rosso

Per rappresentare i 4 stati possibili occorrono ceil($\log_2$ 4) = 2 bit[1]. Analogamente per rappresentare i 4 ingressi possibili occorrono 2 bit mentre per le 2 uscite possibili occorre 1 bit.

Un automa di Moore è realizzabile tramite un circuito sequenziale così formato:



Il circuito che realizza il sistema dell'esempio è quindi:



Per sintetizzare le funzioni stato prossimo e di uscita occorre definire una corrispondenza tra gli stati del sistema e le configurazioni possibili dei latch, così come occorre definire una mappatura per le configurazioni in ingresso ed uscita.

[1] ceil(x) = l'intero più piccolo non inferiore a x. Es. ceil(3.1)=4 , ceil(4)=4.

Una possibile mappatura per gli stati può essere:

Stato	**Q_1Q_0**
0A	00
1A	01
2A	10
3A	11

Una possibile mappatura per le uscite può essere:

Uscite	**O_0**
Verde	0
Rosso	1

Una possibile mappatura per gli ingressi può essere:

Ingressi	**I_1I_0**
NN	00
IN	10
NO	01
IO	11

Ora è possibile trascrivere la STT sostituendo alle etichette la corrispondente configurazione:

	$\delta = Q_1^*Q_0^*$				**λ**
Q_1Q_0	**I_1I_0** = 00	10	01	11	**O_0**
00	00	01	*xx*	*xx*	0
01	01	10	00	01	0
10	10	11	01	10	0
11	11	*xx*	10	*xx*	1

La funzione **λ** è banalmente:

$$O_0 = Q_1 \cdot Q_0$$

Per Q^*_0 si può definire la seguente formula:

$$\mathbf{Q^*_0 = Q_0{\sim}I_1{\sim}I_0 + {\sim}Q_0I_1{\sim}I_0 + Q_0I_1I_0 + {\sim}Q_0{\sim}I_1I_0}$$
$$\mathbf{= Q_0({\sim}I_1{\sim}I_0 + I_1I_0) + {\sim}Q_0(I_1{\sim}I_0 + {\sim}I_1I_0)}$$
$$\mathbf{= Q_0{\sim}(I_1 \oplus I_0) + {\sim}Q_0(I_1 \oplus I_0)}$$
$$\mathbf{= Q_0 \oplus I_1 \oplus I_0}$$

Per Q^*_1 si può definire la seguente formula:

$$\mathbf{Q^*_1 = Q_1{\sim}I_0 + Q_1I_1 + Q_1Q_0 + Q_0I_1{\sim}I_0}$$

Il cammino critico è 4, il costo è 8:

$$\mathbf{Q^*_1 = (\{(Q_1{\sim}I_0) + [(Q_1I_1) + (Q_1Q_0)]\} + [(Q_0I_1){\sim}I_0])}$$

Provo a semplificare

$$\mathbf{= Q_1({\sim}I_0 + I_1) + Q_0\ (Q_1 + I_1{\sim}I_0)}$$

Il cammino critico è 4, il costo è 6:

$$\mathbf{= ([Q_1({\sim}I_0 + I_1)] + \{Q_0\ [Q_1 + (I_1{\sim}I_0)]\})}$$

Massimo Marchi – marchi@dsi.unimi.it

Consideriamo il caso in cui l'uscita dell'automa deve riportare il numero di posti liberi tramite un indicatore a barre: per ogni posto libero deve essere accesa una luce verde se il parcheggio è tutto pieno devono essere accese tre luci rosse.

In questo caso le possibili uscite sono

Uscite	Descrizione
Verde-Verde-Verde	Parcheggio vuoto
Verde-Verde	Due posti disponibili
Verde	Un posto disponibile
Rosso-Rosso-Rosso	Nessun posto disponibile

L'automa definito sopra conserva sufficiente informazione per generare l'uscita corrispondente:

Uscite	Stato	$\lambda = O_1O_0$
Verde-Verde-Verde	V=00	00
Verde-Verde	1A=01	01
Verde	2A=10	10
Rosso-Rosso-Rosso	P=11	11

Se scegliamo la codifica per le configurazioni di uscita indicata otteniamo la funzione λ banale:

$$O_1 = Q_1 \text{ , } O_0 = Q_0$$

Supponiamo per contro che la funzione in uscita debba pilotare direttamente le lampade verdi e rosse. Segue che la funzione λ sarà del tipo:

$$\lambda(Q_1,Q_0)=(V_3,V_2,V_1,R_3,R_2,R_1)$$

Uscite	Stato	$\lambda = V_3,V_2,V_1,R_3,R_2,R_1$
Verde-Verde-Verde	V=00	111000
Verde-Verde	1A=01	011000
Verde	2A=10	001000
Rosso-Rosso-Rosse	P=11	000111

Ne segue che λ risulta:

$$V_3 = \sim Q_1 \sim Q_0$$

$$V_2 = \sim Q_1$$

$$V_1 = \sim (Q_1Q_0)$$

$$R_1 = R_2 = R_3 = Q_1Q_0$$