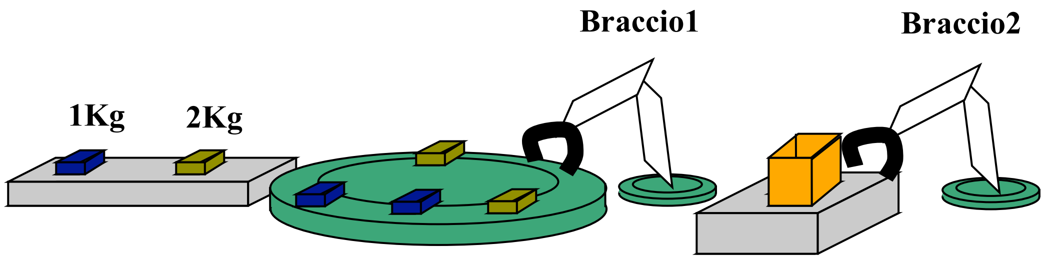
# Esercizio sugli automi di Moore

## 1. Sintesi di un automa di Moore: Gestione di un sistema di inscatolamento.

Si vuole costruire una rete sequenziale che controlli un sistema di inscatolamento.




Su un nastro trasportatore circolare arrivano casualmente oggetti da 1Kg e da 2Kg.

| **Ingressi** | **Descrizione** |
|---|---|
| 1k | Oggetto da un 1Kg |
| 2k | Oggetto da un 2Kg |

Il sistema deve prendere gli oggetti e riempire totalmente delle scatole da 4Kg. Gli oggetti vengono messi dentro le scatole, se c'è posto nella scatola, da un sottosistema apposito che chiameremo **Braccio1**. Il **Braccio1** può fare solo due cose: o mettere l'oggetto dentro la scatola o stare fermo. Quando la scatola è piena viene rimossa dal sistema attraverso un altro sottosistema che chiameremo **Braccio2.** L'automa ogni volta che si presenta un oggetto sul nastro deve decidere se metterlo nella scatola perché c'è ancora posto ed anche se rimuovere la scatola perchè piena (dopo aver inserito l'oggetto).

| **Uscite** | **Descrizione** |
|---|---|
| LL | lascia oggetto sul nastro, lascia la scatola |
| PL | prendi oggetto dal nastro, lascia la scatola |
| PP | prendi oggetto sul nastro, prendi la scatola |
| *LP* | *lascia oggetto sul nastro, prendi la scatola* |

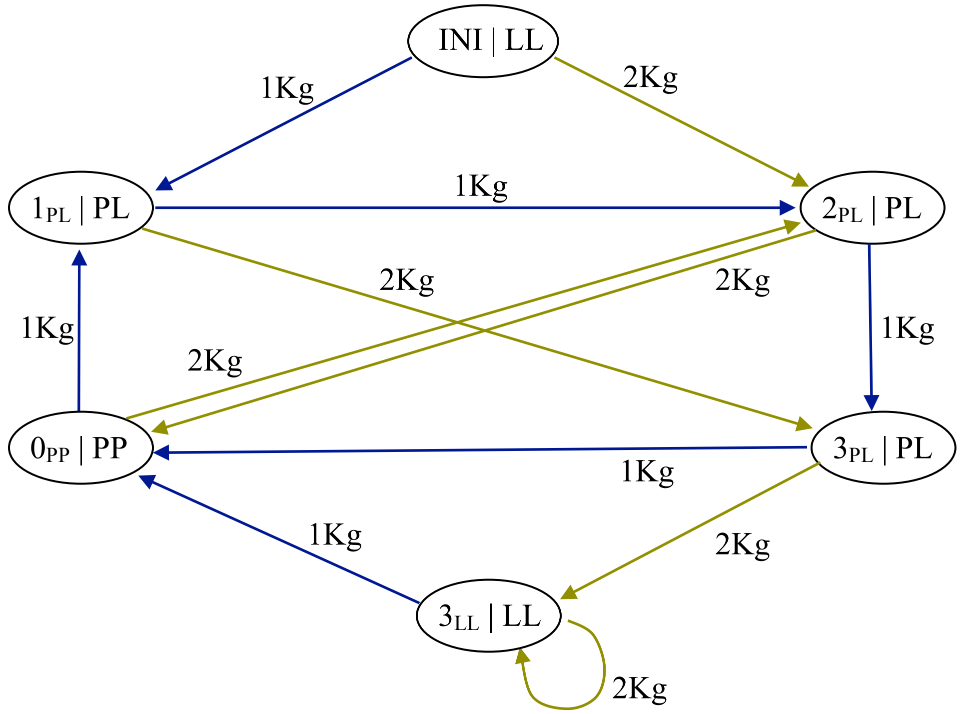
Nota: per come è definito il sistema, l'ultima coppia di azioni non si verificherà mai poiché la scatola risulterà eventualmente piena subito dopo aver inserito l'oggetto del nastro (uscite **PP**).

Gli stati possibili del sistema dipendono dal contenuto attuale della scatola e, poiché vogliamo sintetizzare il sistema con automi di Moore, dalle azioni da intraprendere con i bracci meccanici (si ricordi che le uscite nell'automa di Moore dipendono solo degli stati). Il contenuto della scatola può essere 0Kg, 1Kg, 2Kg o 3Kg (immaginiamo che la scatola venga rimossa appena raggiunge il peso giusto da cui il sistema non avrà mai scatole da 4Kg). Alcuni stati però andranno sdoppiati per rispondere in maniera diversa a seconda dell'oggetto sul nastro. *In generale lo stato indicherà il peso della scatola alla fine della transizione e le azioni da intraprendere durante la transizione* (*stiamo in pratica simulando un automa di Mealy con un automa di Moore*).

Definiamo uno stato iniziale **INI** corrispondente alla prima scatola vuota. Supponiamo che il sistema inizialmente non faccia niente (uscite **LL**). Il primo oggetto in arrivo sul nastro potrà essere sempre messo sul nastro , da cui, a seconda del peso, la scatola conterrà alla fine 1Kg o 2Kg. La scatola per questi pesi non risulterà mai piena quindi non andrà mai rimossa dal sistema. Chiamo i due stati così individuati $\mathbf{1_{PL}}$ e $\mathbf{2_{PL}}$ ( l'indice **PL** indica le azioni da intraprendere durante la transizione, cioè Prendi l'oggetto dal nastro e lascia la scatola nel sistema).
Successivamente sul nastro si può trovare ancora un oggetto da 1Kg o 2Kg. Il peso finale della scatola, se prima era 1Kg (stato $\mathbf{1_{PL}}$), sarà di 2Kg o 3Kg ed in entrambi i casi devo prendere l'oggetto e lasciare la scatola, stati $\mathbf{2_{PL}}$ e $\mathbf{3_{PL}}$.
Se viceversa, prima la scatola pesava 2Kg (stato $\mathbf{2_{PL}}$), alla fine sarà 3Kg o 4Kg. Quando però la scatola raggiunge il peso giusto, 4Kg, deve essere subito rimossa dal sistema tramite il **Braccio2** e il suo peso torna 0Kg (viene sostituita con una scatola vuota!). Questo stato però, pur essendo il peso finale della scatola 0Kg, è differente rispetto allo stato **INI** poiché in questo caso occorre dire ai due bracci effettuare lo spostamento di oggetto e scatola. Chiamo questi nuovi stati $\mathbf{3_{PL}}$ e $\mathbf{O_{PP}}$.
Se il sistema si trova nello stato $\mathbf{3_{PL}}$, scatola pesante 3Kg, il nuovo oggetto potrà essere preso dal nastro solo se pesa 1Kg. Nell'altro caso andrà lasciato sul nastro. Chiamiamo questo stato $\mathbf{3_{LL}}$.
Riepilogando, gli stati possibili del sistema sono:

| **Stato** | **Descrizione** |
|---|---|
| INI | scatola vuota, non fare nulla |
| $1_{PL}$ | scatola 1Kg, prendi oggetto, lascia scatola |
| $2_{PL}$ | scatola 2Kg, prendi oggetto, lascia scatola |
| $3_{PP}$ | scatola 3Kg, prendi oggetto, prendi scatola |
| $3_{LL}$ | scatola 3Kg, lascia oggetto, lascia scatola |
| $O_{PP}$ | scatola vuota, prendi oggetto, prendi scatola |

L' STG del sistema è il seguente:

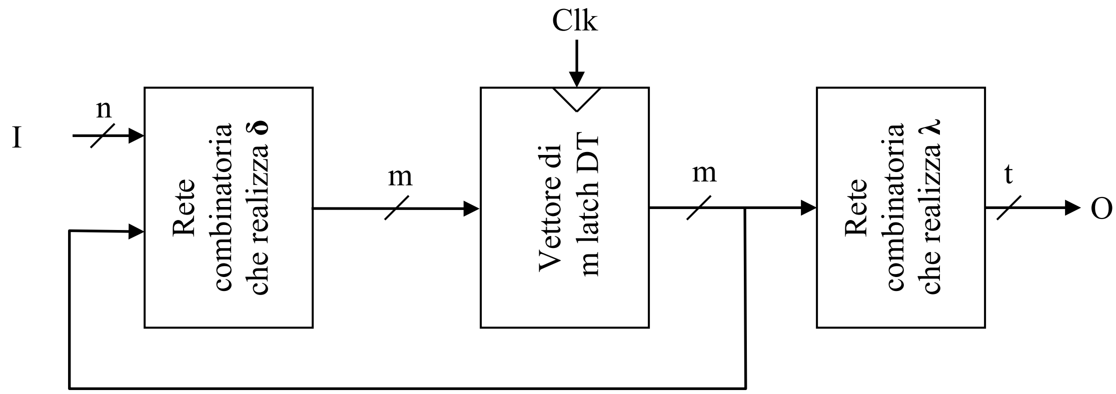



La STT è la seguente:

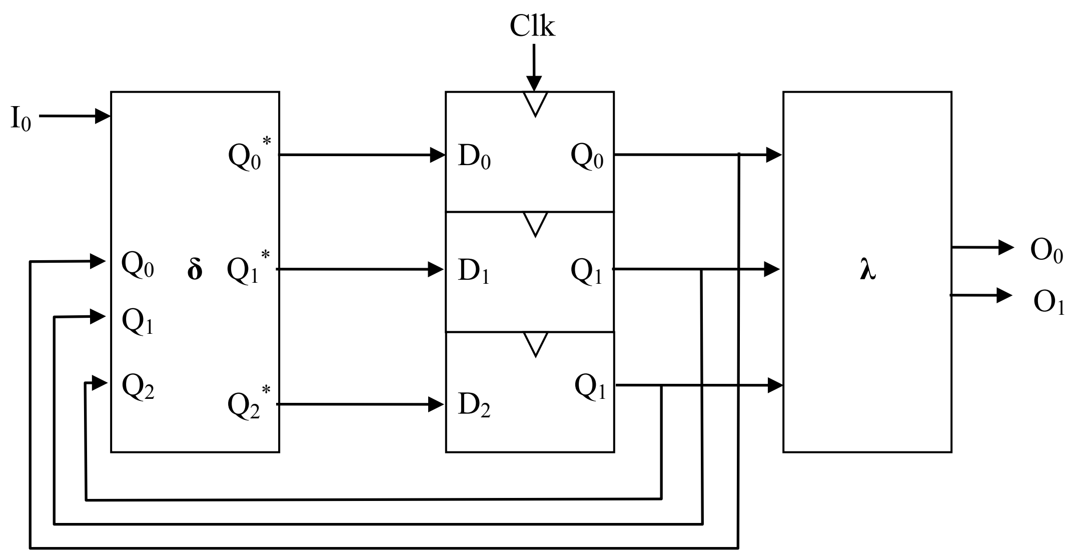
| | δ | | λ |
|---|---|---|---|
| **Stato** | **I**=1Kg | **I**=2Kg | **O** |
| INI | $1_{PL}$ | $2_{PL}$ | LL |
| $1_{PL}$ | $2_{PL}$ | $3_{PL}$ | PL |
| $2_{PL}$ | $3_{PL}$ | $0_{PP}$ | PL |
| $3_{PL}$ | $0_{PP}$ | $3_{LL}$ | PL |
| $3_{LL}$ | $0_{PP}$ | $3_{LL}$ | LL |
| $0_{PP}$ | $1_{PL}$ | $2_{PL}$ | PP |

Per rappresentare i 6 stati possibili occorrono ceil($\log_2 6$) = 3 bit. Analogamente per rappresentare i 2 ingressi possibili occorre 1 bit mentre per le 3 uscite possibili occorrono 2 bit.

Un automa di Moore è realizzabile tramite un circuito sequenziale così formato:




Il circuito che realizza il sistema dell'esempio è quindi:




Per sintetizzare le funzioni stato prossimo e di uscita occorre definire una corrispondenza tra gli stati del sistema e le configurazioni possibili dei latch, così come occorre definire una mappatura per le configurazioni in ingresso ed uscita.

| **Stato** | **$Q_2$ $Q_1$ $Q_0$** |
|---|---|
| INI | 000 |
| $1_{PL}$ | 001 |
| $2_{PL}$ | 010 |
| $3_{PP}$ | 011 |
| $3_{LL}$ | 100 |
| $O_{PP}$ | 101 |

| **Ingressi** | **I** |
|---|---|
| 1k | 0 |
| 2k | 1 |

| **Uscite** | **$O_1O_0$** |
|---|---|
| LL | 00 |
| PL | 10 |
| PP | 11 |

Ora è possibile trascrivere la STT sostituendo alle etichette la corrispondente configurazione:

| | **$\delta = Q_2^* Q_1^* Q_0^*$** | | **$\lambda$** |
|---|---|---|---|
| **$Q_2Q_1Q_0$** | I=0 | I=1 | $O_1O_0$ |
| 000 | 001 | 010 | 00 |
| 001 | 010 | 011 | 10 |
| 010 | 011 | 101 | 10 |
| 011 | 101 | 100 | 10 |
| 100 | 101 | 100 | 00 |
| 101 | 001 | 010 | 11 |
| *110* | XXX | XXX | XX (=10) |
| *111* | XXX | XXX | XX (=10) |

Se definisco opportunamente le configurazioni indeterminate, è possibile ottenere la variabile $\mathbf{O_1}$ indipendente da $\mathbf{Q_2}$. Maggiormente, esaminando la tabella, è possibile verificare che:

$$\mathbf{O_1 = Q_1 + Q_0}$$

Analogamente, si ricava dallo sviluppo SOP di $O_0$ che:

$$\mathbf{O_0 = Q_2 \sim Q_1 Q_0}$$

Per ricavare la funzione di transizione, riscriviamo la STT in forma tabellare a quattro variabili:

| $IQ_2Q_1Q_0$ | $Q_2^*$ | $Q_1^*$ | $Q_0^*$ |
|---|---|---|---|
| 0000 | 0 | 0 | 1 |
| 0001 | 0 | 1 | 0 |
| 0010 | 0 | 1 | 1 |
| 0011 | 1 | 0 | 1 |
| 0100 | 1 | 0 | 1 |
| 0101 | 0 | 0 | 1 |
| 0110 | X (=0) | X (=0) | X (=1) |
| 0111 | X (=0) | X (=0) | X (=1) |
| 1000 | 0 | 1 | 0 |
| 1001 | 0 | 1 | 1 |
| 1010 | 1 | 0 | 1 |
| 1011 | 1 | 0 | 0 |
| 1100 | 1 | 0 | 0 |
| 1101 | 0 | 1 | 0 |
| 1110 | X (=0) | X (=1) | X (=0) |
| 1111 | X (=0) | X (=0) | X (=0) |

$\mathbf{Q_2^*}$ può essere ricavata come somma di tre implicanti (si ricordi che un implicante si riconosce in tabella individuando combinazioni di variabili che hanno valore sempre uguali ad **1**, nell'esempio indicati con diversi colori in tabella):

$$\mathbf{Q_2^* = IQ_2Q_1Q_0 + \sim Q_2Q_1Q_0 + Q_2\sim Q_1\sim Q_0}$$

Per $\mathbf{Q_1^*}$ è possibile notare che il primo quadrante, corrispondente al caso $\mathbf{IQ_2}$=**00**, e l'ultimo quadrante, corrispondente al caso $\mathbf{IQ_2}$=**11**, sono la tabella di verità di $\mathbf{Q_1 \oplus Q_0}$, da cui:

$$\mathbf{Q_1^* = \sim I\sim Q_2\ (Q_1 \oplus Q_0) + IQ_2\ (Q_1 \oplus Q_0) + I\sim Q_2\sim Q_1}$$

$$\mathbf{= (\sim I\sim Q_2 + IQ_2)\ (Q_1 \oplus Q_0) + I\sim Q_2\sim Q_1}$$

Ora, vale la seguente proprietà $\mathbf{\sim x\sim y + xy = \sim x \oplus y}$ (vedi esercitazioni precedenti)**:**

$$= \mathbf{(\sim I \oplus Q_2)\ (Q_1 \oplus Q_0) + I\sim Q_2\sim Q_1}$$

Infine, per $\mathbf{Q_0^*}$ è possibile notare che il primo ed il secondo quadrante, corrispondente al caso **I**=**0,** si possono sintetizzare in maniera semplice tramite POS, mentre il terzo quadrante, corrispondente al caso $\mathbf{IQ_2}$=**10**, realizza la funzione $\mathbf{Q_1 \oplus Q_0}$, da cui:

$$\mathbf{Q_0^* = \sim I(Q_2 + Q_1 + \sim Q_0) + I\sim Q_2\ (Q_1 \oplus Q_0)}$$